

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛО- І МАСОПЕРЕНОСУ В ПРОЦЕСАХ СУШІННЯ ЗЕРНА ПІД ВПЛИВОМ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

*Б. І. Котов, доктор технічних наук, професор*

*ЗВО «Подільський державний університет»*

*Р. А. Калініченко, кандидат технічних наук, доцент*

*ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»*

*Ю. І. Панцир, кандидат технічних наук, доцент*

*І. Д. Гарасимчук., кандидат технічних наук, доцент*

*ЗВО «Подільський державний університет»*

*E-mail: [rkalinichenko@ukr.net](mailto:rkalinichenko@ukr.net)*

**Анотація.** Процес сушіння зернових матеріалів традиційним конвективним методом зазвичай супроводжується значними енергетичними витратами, переважно через непродуктивні втрати теплової енергії з відпрацьованим сушильним агентом. Оптимізація цього процесу полягає в зменшенні обсягу використаного сушильного агента та компенсації зменшеної теплової енергії безконтактним способом передачі тепла через мікрохвильове (НВЧ) або інфрачервоне (ІЧ) опромінювання. Однак, математичне моделювання цих процесів потребує уточнення, оскільки вони відрізняються від традиційних процесів конвективного теплового сушіння. Сушіння зерна є складним теплофізичним процесом, і механізм його відбувається відповідно до взаємопов'язаного переносу теплоти і вологи всередині капілярно-пористого матеріалу. Для кращого розуміння цих процесів необхідно визначити математичні моделі, які враховують вплив електромагнітного поля.

Ця стаття має на меті теоретичне дослідження процесу сушіння рослинної сировини під впливом електромагнітного поля НВЧ та ІЧ на основі аналітичних математичних моделей.

Проведені дослідження вказують на перспективність використання електромагнітного поля для інтенсифікації сушіння рослинної сировини, зокрема за допомогою НВЧ та ІЧ опромінювання, яке дозволяє адресно нагрівати вологі зони матеріалу.

Отримані аналітичні залежності дозволяють розраховувати поля температури і вологовмісту в матеріалах та визначити ступінь впливу параметрів електромагнітного поля на процеси нагрівання і сушіння. Ці залежності також допомагають точніше ідентифікувати коефіцієнти моделей тепло-і масопереносу на основі експериментів. Такий аналітико-емпіричний підхід може бути використаний для розрахунку раціональних режимів термообробки зернової сировини під впливом електромагнітного поля.

**Ключові слова:** *сушіння, електромагнітне поле, тепло- і масоперенос, зерновий матеріал*

**Актуальність.** Процес сушіння зернових матеріалів традиційним конвективним підведенням теплової енергії, як правило, пов'язаний зі значними непродуктивними затратами енергії. Найбільша частина втрат теплової енергії конвективними зерносушарками приходить на втрати з відпрацьованим сушильним агентом. Тому найраціональнішим способом підвищення енергетичної ефективності зерносушіння є зменшення кількості сушильного агента, який використовується в сушильному процесі для подачі теплоти до матеріалу. Для компенсації зменшеної кількості теплоти сушильного агента доцільно використовувати безконтактну передачу теплоти до зернового матеріалу шляхом його мікрохвильового (надвисокочастотного НВЧ) або інфрачервоного (ІЧ) опромінення. Для використання електромагнітних полів (різного діапазону довжини хвиль) необхідно мати математичний опис процесів тепломасопереносу у вологих матеріалах, який адекватно враховує особливості перебігу процесів перенесення теплоти під впливом електромагнітних полів і дозволяє кількісно оцінити кінетичні закономірності процесу сушіння конкретного матеріалу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз фундаментальних наукових праць [1-4] дозволяє зробити висновок, що одним із перспективних методів інтенсифікації процесів сушіння рослинної сировини є використання безконтактного підведення енергії електромагнітного поля (надвисокочастотного та інфрачервоного діапазону хвиль) безпосередньо в об'єм матеріалу. Встановлено, що особливістю електромагнітного впливу на вологий матеріал є об'ємний характер теплової обробки з адресною доставкою енергії. Це дає можливість реалізувати процеси вибіркового (локального) нагрівання в найбільш вологих зонах оброблюваного матеріалу. НВЧ та ІЧ підведення енергії дозволяє генерувати в об'ємах зернового шару матеріалу [1,5,6] досить велику потужність, що значно скорочує тривалість процесів нагрівання і випаровування вологи [11,12].

Але процеси переносу енергії електромагнітних полів в матеріалі відрізняються від достатньо вивчених процесів [7-9] теплового сушіння, складністю і

неоднорідністю розподілу температури і вологовмісту, являють собою доволі складні фізичні процеси, для вивчення яких недостатньо використовувати математичні моделі на основі балансових рівнянь [4-9].

Для складання більш точного математичного опису тепло- і масопереносу в нестационарних процесах сушіння необхідно формалізувати фізичні явища, які зумовлюють певні форми переносу теплоти і речовини під дією мікрохвильового поля та поля ІЧ-випромінювання. Формалізація тепломасопереносу при дії внутрішніх або поверхнево-локальних джерел теплової енергії може бути реалізована на основі загальної теорії переносу теплоти і маси в капілярно пористих тілах [1,3,10, 14].

У зв'язку із необхідністю інтенсифікації процесів термообробки зернового матеріалу в промислових установках питання розв'язку задач внутрішнього тепломасопереносу набувають актуальності і своєчасності.

**Мета дослідження** – теоретичне дослідження процесу сушіння рослинних матеріалів під впливом електромагнітного поля НВЧ та ІЧ на основі аналітичних математичних моделей.

**Матеріали і методи дослідження.** Сушіння зерна – складний теплофізичний процес, основним рушійним фактором якого є нагрівання вологого капілярно-пористого колоїдного матеріалу – зерна. Механізм процесу зумовлений характером перенесення теплоти і вологи всередині окремої зернівки або зернового шару. Ці процеси взаємно впливають один на другий, а їх співвідношення залежить від режиму нагрівання і потужності внутрішнього джерела теплоти.

Відповідно до [10] Ликовим О. В. сформульована повна система диференціальних рівнянь тепломасопереносу в умовах дії в тілі внутрішнього джерела енергії генерованої електромагнітним полем, яка записується у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_T \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon r_c}{c} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{Q_V}{c \cdot \rho}; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + a_m \delta_T \nabla^2 \theta; \\ \frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 P + \frac{\varepsilon}{c_\mu} \frac{\partial U}{\partial \tau}; \end{cases} \quad (1)$$

де  $\theta, U$  – температура і вологовміст матеріалу;  $a_T, a_m, \delta_T$  – коефіцієнт температуропровідності, масопровідності і термоградієнтний коефіцієнт;  $\varepsilon$  – коефіцієнт фазових перетворень;  $c$  – питома теплоємність матеріалу;  $r_c$  – питома теплота пароутворення;  $\rho$  – густина матеріалу,  $c_\mu$  – ємність капілярно-пористого тіла відносно вологого повітря;  $\nabla\theta, \nabla U$  – градієнти поля температури і вологовмісту в тілі;  $Q_V$  – питома потужність тепловиділення в об'ємі продукту при підведенні НВЧ енергії, ІЧ-випромінюванням або електричного поля (електроконтактне нагрівання).

При розрахунках питомої потужності, яка виділяється в одиниці об'єму, застосовані напівемпіричні формули [3,8]:

при НВЧ-нагріванні:

$$Q_V = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon''fE^2 = 0.555 \cdot 10^{-10} \varepsilon''fE^2; \quad (2)$$

де,  $f$  – частота,  $E$  – діюче значення напруженості електромагнітного поля;  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  – електрична стала;  $\varepsilon''$  – уявна частина комплексної діелектричної провідності, що дорівнює  $\varepsilon'' = \varepsilon' \operatorname{tg}\delta$ , де  $\varepsilon'$  – дійсна частина діелектричної проникності;  $\operatorname{tg}\delta$  – тангенс кута діелектричних втрат.

При ІЧ – опроміненні вологого матеріалу енергія, що поглинута одиницею об'єму матеріалу (в площині ОХ, одномірне поле) визначається інтегралом:

$$Q_V(x, \theta) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q_V(x, \lambda, \theta) \frac{\partial(x, \lambda, \theta)}{\partial x} \partial \lambda \quad (3)$$

де,  $q_V$  – енергія монохроматичного випромінювання, що проникає в середину матеріалу і поглинається за одиницю часу в середині об'єму з координатою  $x$ , розрахована для інтервалу довжини хвилі;  $\lambda$  – довжина хвилі випромінювання;  $A=1-R-D$  – коефіцієнт поглинання;  $R$  – коефіцієнт відбивання;  $D$  – коефіцієнт пропускання ІЧ-променів (відповідно до закону Кірхгофа  $A+R+D=1$ ).

Для інженерних розрахунків величину  $Q_V$  в першому рівнянні системи (1) визначають спрощеними співвідношеннями:

$$Q_V = EA \frac{F_{\text{опр}}}{V_{\text{мат}}} = \frac{EA}{l}; \quad (4)$$

$$E = g_f = \sigma_0 \varepsilon_{\text{пр}} \varphi_{1,2} \left[ \left( \frac{T_{\text{н}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{м}}}{100} \right)^4 \right]; \quad (5)$$

де,  $F_{\text{опр}}$  – опромінювана поверхня матеріалу;  $V_{\text{мат}}$  – об'єм матеріалу;  $l$  – характеристичний розмір (товщина пластини, діаметр кулі);  $E = \frac{P}{F_{\text{опр}}}$  – опроміненість (енергетична освітленість) – густина потоку енергії ІЧ-випромінювання, що падає за одиницю часу на одиницю поверхні;  $P$  – теплова потужність випромінювача;  $\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8}$  – стала Стефана-Больцмана;  $\varepsilon_{\text{пр}}$  – приведений коефіцієнт випромінювання (для радіаційного теплообміну між двома паралельними пластинами  $\varepsilon_{\text{пр}} = \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right]^{-1}$ ,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – ступінь чорноти взаємодіючих тіл);  $\varphi_{1,2}$  – кутовий коефіцієнт;  $T_{\text{н}} = \theta_{\text{н}} + 273$ ;  $T_{\text{м}} = \theta_{\text{м}} + 273$ ;  $\theta_{\text{н}}, \theta_{\text{м}}$  – температура нагрівача-випромінювача та матеріалу.

Використовуючи величину потужності, що споживається нагрівачем випромінювача  $N$  та коефіцієнт корисної дії випромінювача величину густини потоку випромінювання визначено очевидним співвідношенням:

$$E^* = \frac{N \cdot \eta}{F_{\text{опр}}}; \quad (6)$$

а величину об'ємного джерела теплової енергії виділеної при поглинанні ІЧ-променів за формулою (4):

$$Q_V = \frac{A \cdot N \cdot \eta}{l \cdot F_{\text{опр}}}; \quad (7)$$

Як відомо інтенсивність дії електромагнітного поля при поглинанні матеріалу затухає при проникненні в глибину матеріалу [3], за експоненціальним законом для одномірної геометрії тіла при НВЧ-нагріванні:

$$E(x) = E_0 \exp\left(-\frac{x}{\Delta}\right); \quad (8)$$

де,  $\Delta = \frac{c}{\pi \cdot f \cdot \sqrt{\varepsilon'} \cdot \text{tg} \delta} = \frac{0.955 \cdot 10^8}{f \cdot \sqrt{\varepsilon'} \cdot \text{tg} \delta}$  – глибина проникнення НВЧ-поля в матеріал; при ІЧ-нагріванні, відповідно до закону Бургера [10]

$$E(x) = E_0 \exp(-\chi x); \quad (9)$$

де,  $\chi$  – показник поглинання ІЧ-променів речовиною;  $E_0$  – інтсивність випромінювання на поверхні

При індукційному нагріванні металевої пластини щільність потоку потужності  $S$ , що переноситься площинною електромагнітною хвилею, зменшується в процесі проникнення хвилі в глибину тіла за законом:

$$S(x) = S_0 \exp\left(-2 \frac{x}{\Delta_0}\right); \quad (10)$$

де,  $S_0$  – щільність потоку потужності на поверхні провідника;  $\Delta_0$  – еквівалентна глибина проникнення електромагнітного поля.

Таким чином, в загальному вигляді внутрішнє джерело теплоти змінне за координатою визначатиметься:

$$Q(x) = Q_0 \exp(-kx); \quad (10,a)$$

Враховуючи єдину електромагнітну природу випромінювання і динаміку нагрівання «товстого» матеріалу при НВЧ та ІЧ підведенні енергії і те, що формули (8)-(10) мають формальну аналогію, можна використати єдине рівняння теплопровідності з джерелом теплоти, інтенсивність якого зменшується при проходженні хвиль ( $\lambda$ ) в глибину матеріалу за експоненціальним законом (10, a). Найпростіше розглянути процес нагрівання матеріалу як випадок розповсюдження теплоти в напівобмеженому тілі, яке являє собою напівобмежений стержень з теплоізованою боковою поверхнею, при постійній температурі навколишнього середовища  $t_c = t_0$ .

Використаємо поняття ефективної температуропровідності, яке враховує теплоту фазового перетворення (випаровування вологи) і оцінюється коефіцієнтом  $a_{ef}$

$$a_{ef} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c \cdot (1-\varepsilon) \left(1 + \frac{\varepsilon}{Rb}\right)}; \quad (11)$$

де  $Rb = \frac{c \cdot d\theta}{r_c \cdot dU}$  – критерій Ребіндера;

З урахуванням (10, a) та (11) рівняння (1) перепишемо у вигляді:

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{ef} \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{Q_0 \exp(-kx)}{c \cdot \rho}, \quad (\tau > 0; 0 < x < \infty); \quad (12)$$

з крайовими умовами:

$$\theta(x, 0) = \theta_0; \quad \theta(0, \tau) = t_c = const; \quad \frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (13)$$

Розв'язок рівняння (13) відомий [10] і його можна записати у вигляді:

$$\theta(x, \tau) = t_c + \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} - \frac{Q_0}{\lambda k^2 t_c} \left[ \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} - e^{-kx} - \frac{1}{2} e^{k^2 a_{ef}\tau - kx} \operatorname{erfc} \left( k\sqrt{a_{ef}\tau} - \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} \right) + \frac{1}{2} e^{k^2 a_{ef}\tau + kx} \operatorname{erfc} \left( k\sqrt{a_{ef}\tau} + \frac{x}{2\sqrt{a_{ef}\tau}} \right) \right] ; (14)$$

Коефіцієнти в рівнянні (14) визначаються: для НВЧ нагрівання:  $k = \frac{2}{\Delta}$  ;  
 $Q_0 = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon''fE^2$  ; для ПЧ нагрівання  $k=\chi$ ;  $\frac{A \cdot N \cdot \eta}{l \cdot F_{\text{опп}}}$ ;  $Q_0 = \frac{E^*(1-D)}{l}$ .

Отриманий вираз (14) дає можливість розраховувати нестационарне температурне поле в твердому вологому тілі при дії джерела електромагнітного випромінювання, потужність якого зменшується при збільшенні відстані від поверхні тіла, і зробити аналіз впливу окремих параметрів ЕМП і електротехнологічних властивостей матеріалу при перебігу процесів тепло- і масообміну.

Надалі розглядаються процеси тепломасопереносу для випадку поглинання енергії електромагнітного поля можна вважати рівномірним для всього об'єму тіла ( $x \ll \Delta$ ).

**Результати досліджень та їх обговорення.** Основне завдання теоретичного дослідження сушильно-термічних процесів полягає у визначенні динаміки і кінетики зміни параметрів матеріалу (температура і вологість) у процесі нагрівання і зневоднення матеріалу. Нестационарні поля температури і вологовмісту визначають динаміку процесу; зміна середньооб'ємних значень цих параметрів визначає кінетику процесів.

Для отримання раціональних аналітичних залежностей, придатних для інженерних розрахунків на основі системи рівнянь (1), введемо спрощуючі припущення у вихідну систему (1):

– введення коефіцієнта ефективної температуропровідності  $a_{ef}$  (11) дає можливість виключити із першого рівняння системи (1) складову, що визначає зміну в часі вологовмісту  $\left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)$ ;

– за малосності значення коефіцієнта термодифузії для більшості рослинних матеріалів можна знехтувати складовою  $a_m \delta_T \nabla^2 \theta$  у другому рівнянні системи (1);

– надлишковий тиск у матеріалі в процесі нагрівання визначається процесом фазового перетворення, який зумовлює зміну градієнта тиску, тому складову  $\frac{\varepsilon}{c_{\mu}} \frac{\partial U}{\partial \tau}$  у третьому рівнянні системи (1) можна не враховувати.

Таким чином, при врахуванні зроблених спрощень, рівняння системи (1) можна розв'язувати незалежно одне від одного.

Оскільки, форму оброблюваного матеріалу прийнято моделювати одновимірними тілами, то рівняння (1) теплопровідності доцільно подавати в узагальненому вигляді:

$$\frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{ef} \left[ \frac{\partial^2 \theta(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial \theta(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{Q(\tau)}{c \cdot \rho}; \quad (15)$$

де  $\Gamma$  – коефіцієнт форми;  $x$  – характеристичний розмір; (для пластини:  $\Gamma=0$ ;  $x=x$ ; для циліндру:  $\Gamma=1$ ;  $x=r$ ; для кулі:  $\Gamma=2$ ;  $x=r$  – радіус поточний).

Для опису процесу сушіння використовуємо за аналогією з (15) рівняння масопровідності:

$$\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = a_m \left[ \frac{\partial^2 U(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\Gamma}{x} \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right]. \quad (16)$$

Джерело теплової енергії, що генерується електромагнітним полем при НВЧ-нагріванні, моделюємо внутрішнім джерелом теплоти (2) –  $Q_V(\tau)$ , потужність якого змінюється за часом, у процесі сушіння змінюються електричні параметри матеріалу  $\varepsilon', tg\delta$ . При використанні інфрачервоного та індукційного підводу енергії внутрішнє джерело підведення енергії відсутнє ( $Q_V = 0$ ), і джерело теплоти з питомою потужністю  $Q_F$ , що віднесено до площі оброблюваної поверхні, вводимо в граничну умову:

$$-\lambda \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial x} = \alpha (t_c - \theta(\tau)) + Q_F; \quad (17)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі.

Рівняння (17) характеризує теплообмін поверхні матеріалу конвекцією  $\alpha(t_c - \theta(\tau))$  з оточуючим середовищем та радіаційно з джерелом випромінювання з потужністю, що визначається формулою (5). При використанні індукційного нагрівання тепловиділяючого елемента (ТВЕ) величина  $Q_F$  визначає теплову потужність ТВЕ, генеровану індуктором.



Розв'язок рівняння (15) за граничної умови (17) відомий [10], тому наведемо лише кінцеві результати.

Нестационарне поле температур, при формі матеріалу у вигляді кулі, що обробляється потоком енергії електромагнітного поля НВЧ описується залежністю  $\theta(r, \tau)$  в безрозмірних величинах [10]:

$$T(r, \tau) = \frac{\theta(r, \tau) - \theta_0}{t_c - \theta_0} = 1 + \frac{Po}{Pd} \left[ 1 - \frac{R \cdot Bi \cdot \sin \sqrt{Pd} \frac{r}{R}}{r[(Bi-1) \sin \sqrt{Pd} + \sqrt{Pd} \cos \sqrt{Pd}]} \right] e^{-Pd \cdot Fo} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{Po}{Pd - \mu_n} \right) A_n \frac{R \cdot \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \cdot \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo} \quad ; (18)$$

де  $A_n = \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cdot \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} = (-1)^n \frac{2Bi \sqrt{\mu_n^2 + (Bi-1)^2}}{\mu_n + Bi^2 - Bi}$ ;  $Po = \frac{Q_0 R^2}{\lambda(t_c - \theta_0)}$  – критерій

Померанцева;  $Q_V(\tau) = Q_0 \exp(-k\tau)$ ;  $Pd = \frac{k}{\alpha_{ef}} R^2$  – критерій Предводителева;

$Bi = \frac{\alpha \cdot R}{\lambda}$  – критерій Біо теплообмінний;  $Fo = \frac{\alpha_f}{R^2} \tau$  – критерій Фур'є теплообмінний;

$\mu = (Bi - 1) \operatorname{tg} \mu$  – корені характеристичного рівняння;  $R$  – радіус кулі;  $\theta_0$  – початкова температура кулі.

Середня температура кулі визначається за формулою:

$$\bar{\theta}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 \theta(r, \tau) dr. \quad (19)$$

Для пластини, яка опромінюється з однієї сторони та друга сторона пластини має постійну температуру  $t_0$  (модель ПЧ-нагрівання шару матеріалу на поверхні транспортуючої стрічки) нестационарне температурне поле буде описуватися залежністю:

$$\theta(x, \tau) = \theta_0 + \frac{Q_F}{\alpha} - \left( t_c + \frac{Q_F}{\alpha} - t_0 \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n \frac{x}{R}}{\mu_n + \sin \mu_n \cdot \cos \mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha_f}{R^2} \tau}; \quad (20)$$

де  $t_c$  – температура оточуючого повітря;  $R$  – половина товщини пластини;  $\mu = Bi \cdot \operatorname{ctg} \mu$  – корені характеристичного рівняння.

Середня температура пластини визначається очевидною рівністю:

$$\bar{\theta}(\tau) = \frac{1}{R} \int_0^R \theta(x, \tau) dx. \quad (21)$$

Для пластини, що нагрівається від поверхні металевої плити, яка знаходиться всередині «обмотки» індуктора, граничні умови для розв'язку рівняння (15) при  $Q(\tau) = Q_F$  задані у вигляді:

$$-\lambda \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial x} + Q_F = 0; \quad (22)$$

де  $Q_F = \frac{P_{\text{інд}} \eta}{F}$ ;  $P_{\text{інд}}$  – потужність індуктора;  $\eta$  – ККД;  $F$  – поверхня ТВЕ.

Нестационарне одновимірне температурне поле, в пластині визначається залежністю:

$$\theta(x, \tau) = \theta_0 + \frac{Q_F}{\lambda} \left[ \frac{a_f \tau}{R} - \frac{R-3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau} \right]. \quad (23)$$

Середнє значення отримаємо підставляючи (23) в (21):

$$\bar{\theta}(\tau) = \theta_0 + \frac{Q_F}{\lambda} \frac{a_f \tau}{R} + \frac{2Q_F R}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+2} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^3} e^{-\mu_n^2 \frac{a_f}{R^2} \tau}. \quad (24)$$

Процес сушіння рослинних матеріалів під дією електромагнітних полів відбувається при конвективному масообміні матеріалу з оточуючим середовищем. Тому в якості граничної умови до рівняння використовується балансова залежність:

$$-a_m \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} + \beta (U(\tau) - U_p) = 0. \quad (25)$$

За умови рівномірного розподілу вологовмісту за координатою  $x$ :  $\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ ; початкової умови:  $\tau = 0, U(0) = U_0$ , де  $a_m$  – коефіцієнт масопровідності;  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;  $U$  – вологовміст матеріалу;  $U_p$  – рівноважний вологовміст.

Розв'язок рівняння (15) із граничною умовою (25) за аналогією з розв'язками рівнянь теплопровідності [10] можна записати в узагальнених змінних:

для пластини:

$$\frac{U(x, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot F o_m); \quad (26)$$

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} = (-1)^{n+1} \frac{2 B i_m \sqrt{B i_m^2 + \mu_n^2}}{\mu_n (B i_m^2 + B i_m + \mu_n^2)}; \quad \mu = B i_m \operatorname{ctg} \mu;$$

для кулі:

$$\frac{U(r, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R \cdot \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \cdot \mu_n} \exp(-\mu_n^2 \cdot F o_m); \quad (27)$$

$$A_n = \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} = (-1)^{n+1} \frac{2 B i_m \sqrt{\mu_n^2 + (B i_m - 1)^2}}{\mu_n^2 + B i_m^2 - B i_m}; \quad \operatorname{tg} \mu = -\frac{\mu}{B i_m - 1};$$

для циліндра:

$$\frac{U(r, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left( \mu_n \frac{r}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 \cdot F o_m); \quad (28)$$

$$A_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]} = (-1)^{n+1} \frac{2Bi_m J_0(\mu_n)}{(\mu_n^2 + Bi_m^2)}; \quad \mu = Bi_m \frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)}$$

де  $Bi_m = \frac{\beta \cdot R}{\lambda}$  – критерій Біо масообмінний;  $Fo = \frac{a_m}{R^2} \tau$  – критерій Фур'є;  $a_m(\theta)$  – коефіцієнт масопровідності;  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;  $J_0(\mu)$ ,  $J_1(\mu)$  – функції Бесселя дійсного аргументу нульового і першого порядку.

У загальному випадку коефіцієнт масопровідності матеріалу залежить від температури, і ця залежність може бути апроксимована квадратичною функцією:

$$a_m(\bar{\theta}) = a_0 + a_1 \bar{\theta}(\tau) + a_2 [\bar{\theta}(\tau)]^2; \quad (29)$$

де  $\bar{\theta}(\tau)$  – середні за координатою значення залежностей (19), (21) і (24).

Розрахунок кінетики сушіння проводився зональним методом за такою схемою: визначаються середні значення залежностей  $\theta(x, \tau)$ ; вибирається проміжок часу, для якого температуру тіла можна вважати незмінною, рівною середньому значенню; за методикою [15,16] визначаємо теплофізичні коефіцієнти  $a_m$ ,  $\beta$ . З використанням визначених теплофізичних коефіцієнтів визначаємо динаміку полів температури і вологості в матеріалі під впливом електромагнітного поля.

**Висновки і перспективи.** 1. Отримані аналітичні залежності дозволяють розрахувати нестационарні поля температури і вологовмісту в матеріалах з простою формою модельного тіла і визначити вплив параметрів електромагнітного поля (різних діапазонів довжини хвиль) на перебіг процесів нагрівання і сушіння.

2. Визначені залежності дозволяють ідентифікувати загальні моделі тепло і масопереносу за даними експериментів.

3. Представлені математичні моделі дозволяють реалізувати аналітико-емпіричний метод визначення динаміки тепло-і масопереносу в капілярно-пористих дисперсних матеріалах для розрахунку раціональних режимів термообробки зернової сировини під дією електромагнітного поля.

### Список використаних джерел

1. Бурдо О.Г. Пищевые наноэнерготехнологии: монография. Херсон: Изд. Гринь Д.С., 2013. 294 с. ISBN 978-617-7123-13-1.
2. Бандура В. М. Науково-практичне обґрунтування енергоефективних технологій переробки олійної сировини на основі механічних та електромагнітних

інтенсифікаторів: автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.18.12 Бандура Валентина Миколаївна; Одес. нац. акад. харч. технологій. Одеса, 2021. 45 с.

3. Беляев М.И., Пахомов П.Л. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов. Харьков: ХИОП, 1991. 160 с.

4. Календерьян В. А., Бошкова И.Л. Тепломассоперенос в аппаратах с плотным слоем дисперсного материала: монография, Киев: Слово, 2011. 184 с. ISBN 978-966-194-091-7.

5. Дементьева Т.Ю. Інтенсифікація процесів тепловологопереносу при сушінні зернового матеріалу із застосуванням мікрохвильового електромагнітного поля. Автореф. дис. канд. техн. наук. Одеса: ОНАХТ, 2012. 22 с.

6. Яровий І. І. Розробка стрічкової установки для зневоднення рослинної сировини електромагнітним полем. Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.18.12, Одеса, ОНАХТ. 2013. 22 с.

7. Котов Б. І., Калініченко Р. А., Кіфяк В. В.. Аналітичне дослідження перехідних режимів нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка, 2012. Вип. 131. С.57-65.

8. Бошкова И. Л., Георгиев Е. В., Колесниченко Н. А. Математические модели теплопереноса в движущемся плотном слое при микроволново-конвективном и микроволновом нагреве. Наукові праці [Одеської національної академії харчових технологій]. Вип. 45(1). С. 46-54. [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Np\\_2014\\_45%281%29\\_\\_12](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Np_2014_45%281%29__12)

9. Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д. Моделювання і розрахунок енергозберігаючих режимів сушіння і термообробки вологих матеріалів під дією енергетичних полів. Збірник тез доповідей ХІХ міжнародної наукової конференції: Сучасні проблеми землеробської механіки (17–19 жовтня 2018р.): присвячена 120-й річниці з дня заснування кафедри сільськогосподарських машин та 118-й річниці з дня народження академіка Петра Мефодійовича Василенка. Київ, 2018. С.197-198.

10. Кулінченко В. Р., Шевченко О. Ю., Піддубний В. А. Теплопередача з елементами масообміну (теорія і практика процесу): підруч. для студентів ВНЗ: за ред. проф. Кулінченка В. Р. Нац. ун-т харч. технологій. Київ: Фенікс, 2014. 918 с.

11. Нездвезька І. В., Кухарець С. М., Бучик С. С., Сидорчук Л. А. Формалізація параметрів ІЧ-сушильних установок імпульсної дії при моделюванні технологічних процесів сушіння. Вісн. ЖДТУ. 2012. № 1. С. 47–52.

12. Яровий І., Кашкано М., Маренченко О., Пилипенко Є. Іноваційні способи енергопідведення у процесах сушіння термолабільної сировини. Scientific Works, 83(1). Р. 122-128. <https://doi.org/10.15673/swonaft.v83i1.1429>

13. Лахно В. А., Ширяев Д. А. Использование компьютерных систем для повышения эффективности информационной поддержки инфракрасной сушки зерна: монография. Луган. нац. аграр. ун-т. Луганск: Элтон-2, 2011. 154 с.

14. Димніч А. Х., Троянський О. А. Теплопровідність: навч. посіб. для студ. техн. спец. вищ. навч. закладів. Донецьк: Норд-прес, 2004. 370 с.

15. Калініченко Р. А. Алгоритм параметричної ідентифікації аналітичного математичного опису динаміки низькотемпературного сушіння зернових матеріалів. Механізація та електрифікація сільського господарства. ННЦ "ІМЕСГ". 2016. №3(102). С.181-188.

16. Калініченко Р. А. Визначення теплофізичних коефіцієнтів в розв'язках рівняння теплопровідності для ідентифікації процесів термообробки зерно матеріалів. Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2016. №241. С.325-333.

### **References**

1. Burdo, O. G. (2013). Pishchevyye nanoenergotekhnologii [Food Nanoenergy Technologies]: Monograph. Kherson: Grin D.S. Publishing, 294. ISBN 978-617-7123-13-1.

2. Bandura, V. M. (2021). Naukovo-praktychne obgruntuvannya enerhoefektyvnykh tekhnolohii pererobky oliinoi syrovyny na osnovi mekhanichnykh ta elektromahnitnykh intensyfikatoriv [Scientific and Practical Substantiation of Energy-Efficient Technologies for Oil Raw Materials Processing Based on Mechanical and Electromagnetic Intensifiers]: Doctoral dissertation. Odessa National Academy of Food Technologies, 45.

3. Belyaev, M.I., Pakhomov, P.L. (1991). Teoreticheskiye osnovy kombinirovannykh sposobov teplovoy obrabotki pishchevykh produktov [Theoretical Foundations of Combined Methods of Heat Treatment of Food Products]. Kharkiv: KhIOP, 160.

4. Kalenderyan, V. A., Boshkova, I. L. (2011). Теплоперенос в аппаратах с плотным слоем дисперсного материала [Heat and Mass Transfer in Apparatuses with Dense Layer of Dispersed Material]: Monograph. Kiev: Slovo, 184. ISBN 978-966-194-091-7.

5. Dementieva, T.Y. (2012). Intensyfikatsiia protsesiv teplovolohoperenosu pry sushinni zernovoho materialu iz zastosuvanniam mikrokhvylovoho elektromahnitnoho polia [Intensification of Heat and Mass Transfer Processes in Grain Drying Using Microwave Electromagnetic Field]: Abstract of the dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences. Odessa National Academy of Food Technologies, 22.

6. Yaroviy, I.I. (2013). Rozrobka strichkovoї ustanovky dlia znevodnennia roslynnoi syrovyny elektromahnitnym polem [Development of a Belt Installation for Dehydration of Plant Raw Materials by Electromagnetic Field]: Abstract of the dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences. Odessa National Academy of Food Technologies, 22.

7. Kotov, B. I., Kalinichenko, R. A., Kifyak, V. V. (2012). Analitychne doslidzhennia perekhidnykh rezhymiv nahrivannia zerna v elektrotermoradiatsiinykh ustanovkakh bezperervnoi dii [Analytical Study of Transient Heating Modes of Grain in Continuous Action Electromagnetic Radiation Installations]. Visnyk Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Petro Vasylenko, 131, 57-65.

8. Boshkova, I. L., Georgiyesh, E. V., Kolesnichenko, N. A. (2014). Matematicheskiye modeli teploperenosa v dvizhushchemsya plotnom sloye pri mikrovolnovno-konvektivnom i mikrovolnovom nagreve [Mathematical Models of Heat Transfer in Moving Dense Layer during Microwave-Convective and Microwave Heating]. Scientific Works of Odessa National Academy of Food Technologies, 45(1), 46-54.

9. Kotov, B. I., Pantsir, Y. I., Gerasymchuk, I. D. (2018). Modeliuvannya i rozrakhunok enerhozberihaiuchykh rezhymiv sushinnia i termoobrobky volohykh materialiv pid diieiu enerhetychnykh poliv [Modeling and calculation of energy-saving regimes of drying and heat treatment of wet materials under the action of energy fields]. In

Proceedings of the XIX International Scientific Conference: Current Problems of Agricultural Engineering Mechanics, 197-198).

10. Kulinchenko, V. R., Shevchenko, O. Y., Piddubnyi, V. A. (Eds.). (2014). (teoriia i praktyka protsesu) [Heat Transfer with Elements of Mass Transfer (Theory and Practice of the Process)]: Textbook for Higher Education Institutions. Kyiv: Phoenix, 918.

11. Nezdvetska, I. V., Kukharets, S. M., Buchyk, S. S., Sydorchuk, L. A. (2012). Formalizatsiia parametriv ICh-sushylnykh ustanovok impulsnoi dii pry modeliuvanni tekhnolohichnykh protsesiv sushinnia [Formalization of parameters of impulse action IR drying installations in modeling technological processes of drying]. Bulletin of Zhytomyr State Technological University, 1, 47–52.

12. Yarovi, I., Kashkano, M., Marenchenko, O., Pylypenko, Y. (2019). Inovatsiini sposoby enerhopidvedennia u protsesakh sushinnia termolabilnoi syrovyny [Innovative methods of energy supply in drying processes of thermolabile raw materials]. Scientific Works, 83(1), 122-128. <https://doi.org/10.15673/swonaft.v83i1.1429>

13. Lakhno, V. A., Shyriaev, D. A. (2011). Ispol'zovaniye komp'yuternykh sistem dlya povysheniya effektivnosti informatsionnoy podderzhki infrakrasnoy sushki zerna [The use of computer systems to improve the efficiency of information support for infrared drying of grain]: Monograph. Lugansk: Elton-2, 154.

14. Dymnych, A. Kh., Troyanskyi, O. A. (2004). Teploprovodnist [Thermal Conductivity]: Textbook for Students of Technical Specialties of Higher Educational Institutions. Donetsk: Nord-press, 370.

15. Kalynichenko, R. A. (2016). Alhorytm parametrychnoi identyfikatsii analitychnoho matematychnoho opysu dynamiky nyzkotemperaturnoho sushinnia zernovykh materialiv [Algorithm of parametric identification of analytical mathematical description of low-temperature drying dynamics of grain materials]. Mechanization and Electrification of Agriculture, 3(102), 181-188.

16. Kalynichenko, R. A. (2016). Vyznachennia teplofizychnykh koefitsientiv v rozv'iazkakh rivniannia teploprovodnosti dlia identyfikatsii protsesiv termoobrobky zerno materialiv [Determination of thermophysical coefficients in solutions of the heat conduction equation for identification of heat treatment processes of grain materials]. Scientific Bulletin of NULES of Ukraine. Series: Engineering and Energy in Agriculture, 241, 325-333.

## **MODELING HEAT AND MASS TRANSFER IN GRAIN DRYING PROCESSES UNDER THE INFLUENCE OF ELECTROMAGNETIC FIELD**

***B. Kotov, R. Kalynichenko, Yu. Pantsyr, I. Garasymchuk***

**Abstract.** Drying of grain materials by traditional convective methods typically involves significant energy consumption, primarily due to unproductive losses of thermal energy with the exhausted drying agent. Optimizing this process entails reducing the volume of drying agent used and compensating for reduced thermal energy through non-contact heat transfer methods such as microwave (MW) or infrared (IR) irradiation. However, mathematical modeling of these processes requires refinement as they differ from traditional convective heat drying processes.

Grain drying is a complex thermophysical process, with heat and moisture transfer occurring within the capillary-porous material in a mutually dependent manner. To better understand these processes, it is necessary to establish mathematical models that account for the influence of the electromagnetic field.

This article aims to theoretically investigate the drying process of plant raw materials under the influence of MW and IR electromagnetic fields based on analytical mathematical models.

The conducted research indicates the potential of using electromagnetic fields to intensify the drying of plant raw materials, particularly through MW and IR irradiation, which allows for targeted heating of the moist zones of the material.

The obtained analytical dependencies enable the calculation of temperature and moisture content fields in materials and determine the degree of influence of electromagnetic field parameters on heating and drying processes. These dependencies also help to more accurately identify heat and mass transfer model coefficients based on experiments. Such an analytical-empirical approach can be utilized to calculate rational processing regimes for grain raw materials under the influence of electromagnetic fields.

**Key words:** *drying, electromagnetic field, heat and mass transfer, grain material*