УДК 681.5.07

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК З УРАХУВАННЯМ ВИМОГ ЧУТЛИВОСТІ

Л. А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail:nubip.ea@gmail.com

Анотація. *Розглянуто постановку задачі структурно-параметричної оптимізації поздовжнього руху заряджених частинок для випадку релейного керування. За наявності обмежень на функцію керування вихідні задачі мінімаксної оптимізації зведено до задач про оптимальний вибір точок перемкнення (точок, в яких функція керування змінює своє значення). Для їх чисельного розв'язання запропоновано ітеративну процедуру градієнтного спуску. При цьому область початкових умов за фазовими координатами частинок попередньо подано в дискретному вигляді, а градієнт функції цілі за точками перемкнення визначено за допомогою функцій чутливості, що характеризують величину швидкості змінювання збуреного руху відносно розрахункового значення вектора параметрів. Для вирішення проблеми вимірності та зменшення часу обчислень функцій чутливості застосовано заміну незалежної змінної у відповідній задачі Коші. При такому підході розрахунок оптимальних параметрів керування здійснено з урахуванням можливих відхилень розрахункових траєкторій на реальних режимах функціонування досліджуваної системи. Наведено аналіз запропонованої обчислювальної схеми та напрямки подальших досліджень щодо проектування малочутливої прискорювальної системи шляхом сумісного розв'язання задачі траєкторної оптимізації та задачі мінімізації максимальної чутливості на усьому проміжку функціонування руху заряджених частинок.*

Ключові слова: ***система автоматичного керування, параметрична оптимізація, релейне керування, точки перемкнення, градієнт, функції чутливості***

Актуальність. Розв'язання практичних задач оптимізації динаміки заряджених пучків зв'язане з багатьма трудноощами обчислювального плану [1, 2]. Ці задачі є мінімаксними [3, 4], функціонування задане на досить великому проміжку часу, для моделювання траєкторій необхідно визначати прискорювальні

та фокусуючи поля згідно з відповідними рівняннями Максвела. Тому для чисельного розрахунку конкретні задачі керування зарядженими частинками параметризують відносно полів та застосовують метод ускладнення моделі [2]. Такий підхід дозволяє звести вихідну задачу керування до скінченновимірної та визначати оптимальні режими у фізично реалізованих структурах.

Одначе досить часто одержані оптимальні параметри структури прискорювальної системи є непридатними для практики. Останнє пояснюється тим , що на реальних режимах функціонування установки розрахункові параметри завжди мають деякий розкид внаслідок технічних причин та умов зовнішнього середовища. При цьому може статися, що незначні змінювання розрахункових параметрів викликатимуть значні відхилення траєкторії системи від оптимальної.

У зв’язку з цим набувають актуальності постановки задач проектування систем керування з урахуванням вимог щодо чутливості їх параметрів [3, 5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним із напрямків дослідження динамічних і траєкторних властивостей пучків заряджених частинок полягає у розвиненні методів практичної стійкості та структурно-параметричної оптимізації стосовно оптимального формування полів прискорювачів заряджених частинок за заданими критеріями [2, 3]. Аналіз стійкості параметричних систем [3, 5] дозволяє проводити чисельний розрахунок оптимальних параметрів в залежності від змінювання траєкторій на реальних режимах. Такі постановки слугують важливою складовою комплексу задач проектування малочутливих (нечутливих) систем автоматичного керування [2, 3, 5].

Мета дослідження — розробка чисельних методів розв’язання задач структурно-параметричної оптимізації поздовжнього руху заряджених частинок з урахуванням вимог щодо чутливості їх параметрів.

Матеріали та методи дослідження. У роботі застосовуються методи теорії чутливості, структурно-параметричної та недиференційованої траєкторної оптимізації.

Результати досліджень та їх обговорення. Розглянемо рівняння поздовжнього руху заряджених частинок [1, 2] вигляду

$$\frac{d\gamma}{d\xi} = \alpha(\xi)\cos\varphi,$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}, \ \xi \in [0, T], \tag{1}$$

де γ, φ − поздовжні координати частинок, $\alpha(\xi)$ − функція керування, що відповідає амплітуді напруги прискорювального поля. Функцію $\alpha(\xi)$ будемо вибирати у структурно-заданому вигляді за наявності таких обмежень:

$$\alpha(\xi) \in \Omega_\alpha = \{\alpha(\xi) : 0 \le \alpha(\xi) \le c, \ \xi \in [0, T]\}. \tag{2}$$

Припустимо, що початкова енергія інжекції стала $\gamma(0) = \gamma_0$, а за фазою в початковий момент $\xi = 0$ частинки мають деякий розкид:

$$\Omega_\varphi = \{\varphi(0) : a \le \varphi(0) \le b\}.$$

Задача оптимізації полягає у тому, щоб мінімізувати максимальне відхилення частинок за енергією від заданої γ_T:

$$\min_{\alpha \in \Omega_\alpha} \max_{\varphi(0) \in \Omega_\varphi} \left(\gamma(T, \alpha, \varphi(0)) - \gamma_T\right)^2. \tag{3}$$

Інший, більш ускладнений варіант цієї задачі полягатиме у мінімізації максимального відхилення частинок за енергією від заданої при максимальному захопленні їх у прискорення за фазою:

$$\min_{\alpha \in \Omega_\alpha} \max_{b-a} \max_{\varphi(0) \in \Omega_\varphi} \left(\gamma(T, \alpha, \varphi(0)) - \gamma_T\right)^2. \tag{4}$$

При цьому розкид за енергією та фазою у кінцевій частині прискорювача не має перевищувати наперед заданого значення відносно $\bar{\gamma}(T)$, $\bar{\varphi}(T)$:

$$\max_{\varphi(0) \in \Omega_\varphi} \left|\gamma(T, \varphi(0)) - \bar{\gamma}(T)\right| \le \gamma_1,$$

$$\max_{\varphi(0) \in \Omega_\varphi} \left|\varphi(T, \varphi(0)) - \bar{\varphi}(T)\right| \le \varphi_1. \tag{5}$$

Розглянемо випадок релейного керування [2, 3] за наявності обмежень на керування (2). Припустимо, що $0 \le t_1 \le t_2 \ldots \le t_N \le T$ − точки перемкнення функції керування $\alpha(\xi)$, тобто точки, в яких функція змінює своє значення. Тоді функцію керування можна подати структурно: $\alpha^* = (t_1, t_2, ..., t_N)$, а параметрами оптимізації будуть точки перемкнення.

У результаті вихідні задачі оптимізації (3), (4) зводять до задач про оптимальний вибір точок перемкнення, відповідно:

$$\min_{t_1,t_2,\ldots t_N} \max_{\varphi(\cdot)\in\Omega_\varphi} \left(\gamma(T,t_1,t_2,\ldots,t_N,\varphi(\cdot)) - \gamma_T\right)^2, \tag{6}$$

$$\min_{t_1,t_2,\ldots t_N} \max_{b-a} \max_{\varphi(\cdot)\in\Omega_\varphi} \left(\gamma(T,t_1,t_2,\ldots,t_N,\varphi(\cdot)) - \gamma_T\right)^2. \tag{7}$$

Для їх розв'язання пропонується ітеративна процедура типу

$$\bar{t}^{(s+1)} = P\left(\bar{t}^{(s)} - \rho_s G(\bar{t}^{(s)})\right), \ s = 0,1,2,\ldots, \tag{8}$$

Тут $\bar{t}^{(s+1)} = (t_1^{(s+1)}, t_2^{(s+1)}, \ldots, t_N^{(s+1)})$ $-$ N - вимірний вектор точок перемкнення на $(s+1)$-ій ітерації; $P(.)$ $-$ операція упорядкування точок перемкнення, що встановлює співвідношення $0 \le t_1^{(s+1)} \le t_2^{(s+1)} \le \ldots \le t_N^{(s+1)} \le T$; $G(\bar{t}^{(s)})$ $-$ напрям спуску; ρ_s $-$ крок спуску.

Розглянуті задачі відносять до класу задач недиференційованої траєкторної оптимізації [2 – 4], для яких максимальне значення функції цілі може бути не єдиним.

Для чисельного розрахунку сформульованих задач множину Ω_φ необхідно дискретизувати, тобто вибрати на Ω_φ скінченну систему точок $\{\varphi_i\}_{i=1}^{M}$. Тоді, наприклад, критерій якості (6) набуватиме вигляду

$$\min_{t_1,t_2,\ldots t_N} \max_{i=1,2,\ldots,M} \left(\gamma(T,t_1,t_2,\ldots,t_N,\varphi_i) - \gamma_T\right)^2.$$

Для побудови вектора $G(\bar{t}^{(s)})$ у процедурі (8) слід скористатися методами мінімаксної параметричної оптимізації [2, 3]. З цією метою задамо додатне число $\tilde{\varepsilon}_s$ та визначимо множину

$$M^{(s)} = \left\{ i : \left(\gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},\ldots,t_N^{(s)},\varphi_i) - \gamma_T\right)^2 \ge \max_{i=1,2,\ldots,M} \left(\gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},\ldots,t_N^{(s)}) - \gamma_T\right)^2 - \tilde{\varepsilon}_s \right\}.$$

Нехай множина $M^{(s)}$ складається з p_s точок, тобто $M^{(s)} = \{i_1, i_2, \ldots, i_{p_s}\}$. Далі, для кожного $i \in M^{(s)}$ обчислимо градієнт функції цілі $\left(\gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},\ldots,t_N^{(s)},\varphi_i) - \gamma_T\right)^2$ за точками перемкнення. На наступному етапі за векторами

$$G^i(\bar{t}^{(s)}) = 2\left(\gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},\ldots,t_N^{(s)},\varphi_i) - \gamma_T\right) \cdot \frac{\partial \gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},\ldots,t_N^{(s)},\varphi_i)}{\partial \bar{t}}, \ i \in M^{(s)} \tag{9}$$

побудуємо опуклу оболонку градієнтів

$$L(\bar{t}^s)=\left\{\beta:\beta=\sum_{i=1}^{p_s}\gamma_i G^i(\bar{t}^s),\gamma_i\geq 0,\sum_{i=1}^{p_s}\gamma_i=1\right\}.$$

Нехай l − будь-який одиничний напрям. Тоді, якщо $\bar{\psi}(\bar{t}^s)=\min\limits_{\|l\|=1}\ \max\limits_{Q\in L(\bar{t}^s)}(Q,l)<0$, то напрям спуску в точці $\bar{t}^s$ буде мати вигляд [2,3]

$$G^i(\bar{t}^s)=-\frac{\bar{Q}}{\|\bar{Q}\|}\quad (\|l(\bar{t}^s)\|=1).$$

де $\bar{Q}$ − найближча до початку координат точка множини $L(\bar{t}^s)$. При $\bar{\psi}(\bar{t}^s)\geq 0$ точка $\bar{t}^s$ є стаціонарною і $\bar{\psi}(\bar{t}^s)=r(\bar{t}^s)$, де $r(\bar{t}^s)$ − радіус максимальної кулі з центром в початку координат, яку можна вписати в область $L(\bar{t}^s)$.

У наведеній процедурі мінімаксної параметричної оптимізації вектори $G^i(\bar{t}^s)$, $i\in M(s)$ будемо визначати за допомогою функцій чутливості

$$u^{(i)}(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},...,t_N^{(s)})=\left\{\frac{\partial\gamma(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},...,t_N^{(s)})}{\partial t_j},\frac{\partial\varphi_i(T,t_1^{(s)},t_2^{(s)},...,t_N^{(s)})}{\partial t_j}\right\},\ j=1,2,...,N,\ i\in M(s).$$

Для цього необхідно розв'язати N задач Коші вигляду

$$\frac{du_1^{(j)}(\xi)}{d\xi}=-\alpha(\xi)\sin\varphi(\xi)\,u_2^{(j)}(\xi),$$

$$\frac{du_2^{(j)}(\xi)}{d\xi}=\frac{2\pi}{\sqrt{(\gamma^2-1)^3}}\,u_1^{(j)}(\xi),\ \xi\in[0,T], \tag{10}$$

$$u_1^{(j)}(t_j)=(v_j-v_{j+1})\cos\varphi(t_j),\ u_2^{(j)}(t_j)=0,$$

$$\alpha(\xi)=v_j,\ \xi\in[t_{j-1},t_j],\ u_1^{(j)}(\xi,\bar{t})=\frac{\partial\gamma(\xi,\bar{t})}{\partial t_j},\ u_2^{(j)}(\xi,\bar{t})=\frac{\partial\varphi(\xi,\bar{t})}{\partial t_j},\ i\in M(s)\ (j=1,2,...,N).$$

Для вирішення проблеми вимірності та зменшення часу обчислень, функції чутливості в точці T доцільно обчислювати за методикою робіт [2, 3]. З цією метою необхідно в системі (10) зробити заміну незалежної змінної $\xi=T-\tau$ та записати її розв'язок у формі Коші при $\tau=0$. Підставивши початкові умови для функцій чутливості, дістанемо, що

$$u^{(j)}(T,\bar{t})=Z^{-1}(T-t_j,0)\,u^{(j)}(t_j),\ j=1,2,...,N, \tag{11}$$

де фундаментальна матриця $Z^{-1}(\tau,0)$ при $\tau = T - \xi$ визначається згідно з матричним диференціальним рівнянням

$$\frac{dZ^{-1}(T-\xi,T)}{d\xi} = -Z^{-1}(T-\xi,T)\begin{pmatrix} 0 & -\alpha(\xi)\sin\varphi(\xi) \\ -\dfrac{2\pi}{(\gamma^2(\xi)-1)^{3/2}} & 0 \end{pmatrix},$$

$$Z^{-1}(T,T) = E. \tag{12}$$

Необхідно зазначити, що порівняно з відомими методами [2] об’єм обчислень згідно з описаною схемою буде дещо вище (в оберненому часі потрібно буде інтегрувати шість рівнянь замість чотирьох). Одначе визначення функцій чутливості в процесі оптимізації дає можливість здійснювати в подальшому проектування малочутливої прискорювальної системи шляхом сумісного розв’язання задачі (7) та задачі мінімізації максимальної чутливості на усьому проміжку функціонування [3, 4].

Висновки і перспективи. Розглянуто постановки задач недиференційованої траєкторної оптимізації для рівнянь поздовжнього руху заряджених частинок. Запропоновано алгоритми розв’язання цього класу задач за допомогою функцій чутливості. При такому підході розрахунок оптимальних параметрів керування здійснюється з урахуванням можливих відхилень розрахункових траєкторій на реальних режимах функціонування системи, а визначення функцій чутливості в процесі оптимізації дає можливість здійснювати в подальшому проектування малочутливої прискорювальної системи.

Список літератури

1. Мурин Б. П. Линейные ускорители ионов. Т.1: Проблемы и теория / Б. П. Мурин, Б. И. Бондарев, А. П. Федотов и др. – М.: Атомиздат, 1978. – 260 с.

2. Бублик Б. Н. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков / Б. Н. Бублик, Ф. Г. Гаращенко, Н. Ф. Кириченко. – К.: Наук. думка, 1985. – 304 с.

3. Гаращенко Ф. Г. Аналіз та оцінка параметричних систем / Ф. Г. Гаращенко, Л. А. Панталієнко. – К.:ІСДО, 1995. – 140 с.

4. Панталієнко Л. А. Недиференційовні задачі оптимізації чутливості динамічних систем / Л. А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2015. – Вип. 224. – С. 239−243.

5. Панталієнко Л. А. Дослідження задач обмеженої чутливості методами практичної стійкості / Л. А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2014. – Вип. 194. Част.2. – С. 243−248.

References

1. Muryn, B. P., Bondarev, B. Y., Fedotov, A. P. (1978). Lyneinыe uskorytely yonov. – T.1: Problemы y teoryia [Linear ion accelerators. – T.1: Problems and theory]. Moscow: Atompubl, 260.

2. Bublyk, B. N., Harashchenko, F. H., Kyrychenko, N. F. (1985). Strukturno-parametrycheskaia optymyzatsyia y ustoichyvost dynamyky puchkov [Structural-parametric optimization and stability of beam dynamics]. Kyiv: Scientific thought, 304.

3. Harashchenko, F. H., Pantalienko, L. A. (1995). Analiz ta otsinka parametrychnykh system [Analysis and evaluation of parametric systems]. Kyiv: ISDO, 140.

4. Pantaliienko, L. A. (2015). Nedyferentsiiovni zadachi optymizatsii chutlyvosti dynamichnykh system [Undifferentiated problems of optimization the sensitivity of dynamical systems]. Naukovyi visnyk NUBiP Ukrainy. Seriia «Tekhnika ta enerhetyka APK», 224, 239−243.

5 Pantaliienko, L. A. (2014). Doslidzhennya zadach obmezhenoyi chutlyvosti metodamy praktychnoyi stiykosti [Investigation of the problems of limited sensitivity by methods of practical stability]. Naukovyi visnyk NUBiP Ukrainy. Seriia «Tekhnika ta enerhetyka APK», 194(2), 243−248.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Л. А. Панталиенко

Аннотация. *Рассмотрено постановку задач структурно-параметрической оптимизации продольного движения заряженных частиц для случая релейного управления. При наличии ограничений на функцию управления исходные задачи минимаксной оптимизации сведено к задачам об оптимальном выборе точек переключения (точек, в которых функция управления меняет свое значение). Для их численного решения предложено итеративную процедуру градиентного спуска. При этом область начальных условий по фазовым координатам частиц предварительно представлено в дискретном виде, а градиент функции цели по точкам переключения определен с помощью функций чувствительности, характеризующих величину скорости изменения возмущенного движения относительно расчетного значения вектора параметров. Для решения проблемы размерности и уменьшения времени вычислений функций чувствительности применена замена независимой переменной в соответствующей задаче Коши. При таком подходе расчет* *оптимальных параметров управления осуществлен с учетом возможных отклонений расчетных траекторий на реальных режимах функционирования исследуемой системы. Приведен анализ предложенной вычислительной схемы и направления дальнейших исследований по проектированию малочувствительной ускорительной системы путем совместного решения задачи траекторной оптимизации и задачи минимизации максимальной чувствительности на всем промежутке функционирования движения заряженных частиц.*

Ключевые слова: ***система автоматического управления, параметрическая оптимизация, релейное управление, точки переключения, градиент, функции чувствительности***

OPTIMIZATION OF LONGITUDINAL MOTION OF CHARGED PARTICLES TAKING INTO ACCOUNT THE REQUIREMENTS OF SENSITIVITY

L. Pantalienko

Abstract. *The statements of problems of structural-parametric optimization of the longitudinal motion of charged particles for the case of relay control are considered. If there are restrictions on the control function, the initial problems of minimax optimization are reduced to problems on the optimal choice of switching points (points at which the control function changes its value). For their numerical solution, an iterative gradient descent procedure is proposed. The area of the initial conditions for the phase coordinates of the particles is preliminarily represented in discrete form, and the gradient of the target function over the switching points is determined using sensitivity functions characterizing the magnitude of the rate of change of the disturbed motion relative to the calculated value of the parameter vector. To solve the problem of dimension and reduce the computation time of the sensitivity functions, an independent variable has been applied in the corresponding Cauchy problem. With this approach, the calculation of the optimal control parameters was carried out taking into account possible deviations of the calculated trajectories on the real operating modes of the system under study. An analysis of the proposed computational scheme and directions for further research on designing a low-sensitivity accelerator system by jointly solving the problem of trajectory optimization and the problem of minimizing the maximum sensitivity throughout the entire range of the functioning of the motion of charged particles is given.*

Key words: ***automatic control system, parametric optimization, relay control, switching points, gradient, sensitivity functions***